PREPAVOGT
B.P. : 765 Yaoundé
Tél. : 22 01 63 72 / 96 16 46 86
E-mail. : prepavogt@yahoo.fr
www.prepavogt.org

Yaoundé, le 21 Juillet 2015

CYCLE INGENIEUR

CONCOURS D'ADMISSION
SERIE D, E, F, GCE/AL

EPREUVE DE MATHEMATIQUES
DUREE : 3 HEURES

EXERCICE 1 : (6 POINTS)

1) On considère l'équation complexe (E) : $z^3 + 64.i = 0$.

1) a) Déterminer une solution z_0 de (E) telle que $\overline{z_0} = -z_0$. **0,75pt**

1) b) Trouver les autres solutions z_1 et z_2 de (E) où z_1 a une partie réelle négative. **1,00pt**

2) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Les points A, B et D ont pour affixes respectives $-2\sqrt{3} - 2i$, $2\sqrt{3} - 2i$ et $4i$.

2) a) Placer les points A, B et D. **0,75pt**

2) b) Montrer que le triangle ABD est équilatéral. **1,00pt**

2) c) Déterminer les coordonnées du centre K et le rayon R du cercle circonscrit au triangle ABD. **1,00pt**

2) d) Soit ψ la transformation du plan qui à tout point M (z) associe le point M' (z') tel que $z' - 4i = re^{i\theta}(z - 4i)$ et ψ (A) = B. Déterminer la nature et les caractéristiques de ψ. **1,50pt**

EXERCICE 2 (5 POINTS) :

Les trois questions sont indépendantes.

1) Déterminer la fonction f définie dans ℝ qui est solution de l'équation différentielle $4y'' + 4y' + y = 0$ vérifiant $f(0) = 2$ et $f'(0) = 0$. **1,00pt**

2) La fonction g est définie sur ℝ par $g(x) = \sin x - \sin^3 x$.

On note respectivement g' et g'' les dérivées premières et seconde de g.

2) a) Déterminer g'(x) et g''(x). **1,00pt**

2) c) Vérifier que $g(x) = \frac{1}{9}[2\sin x - g''(x)]$. **0,25pt**

2) d) Déduire une primitive G de g sur ℝ. **0,50pt**

3) (u_n) et (v_n) sont deux suites numériques. On admet que (v_n) est une suite géométrique de premier terme $v_1 = 6$, de raison $\frac{1}{2}$ et telle que : $u_n = v_n + 2n + 1$ $(n \geq 1)$.

On pose $S_n = u_1 + u_2 + \cdots \ldots \ldots + u_n$ et $T_n = v_1 + v_2 + \cdots \ldots \ldots + v_n$..

3) a) Déterminer en fonction de n l'expression de u_n. **0,50pt**

3) b) Exprimer T_n en fonction de n, puis étudier la convergence de la suite (T_n). **0,75pt**

3) c) Calculer en fonction de n la somme $S_n = u_1 + u_2 + \cdots \ldots \ldots + u_n$. **1,00pt**

PROBLEME (10 POINTS) :

On donne deux fonctions f et g définies sur l'ensemble $D =]0, +\infty[$ par :

$f(x) = \frac{2\ln x}{x^2+x}$ et $g(x) = \frac{x+1}{2x+1} - \ln x$. On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un plan rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) où l'unité sur les axes est de 2cm.

1) Etude de la variation de g.

1) a) Calculer les limites de g en 0 et en $+\infty$. **0,50pt**

1) b) Calculer la dérivée de g et dresser son tableau de variation. **1,00pt**

1) c) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $]1,2[$. **0,75pt**

1) d) Déterminer le signe de $g(x)$. **0,50pt**

2) Etude de la variation de f et construction de la courbe (C_f).

2) a) Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$. **0,50pt**

2) b) En déduire les asymptotes de la courbe de f. **0,50pt**

2) c) Démontrer que la dérivée $f'(x) = \frac{2(2x+1)g(x)}{(x^2+x)^2}$. **0,75pt**

2) d) Donner le sens de variation de f et dresser le tableau de variation. **1,00pt**

2) e) Démontrer que $f(\alpha) = \frac{2}{\alpha(2\alpha+1)}$ et donner un encadrement de $f(\alpha)$ par deux fractions rationnelles. **1,00pt**

2) f) On note le point A intersection de (C_f) avec l'axe des abscisses, déterminer une équation cartésienne de la droite (D) tangente à (C_f) en A. **1,00pt**

2) g) Tracer la droite (D) et la courbe (C_f). **1,50pt**

Fin de l'épreuve