PREPAVOGT
B.P. : 765 Yaoundé
Tél. : 22 01 63 72 / 96 16 46 86
E-mail. : prepavogt@yahoo.fr
www.prepavogt.org

Yaoundé, le 22 Mai 2015

CYCLE INGENIEUR

CONCOURS D'ADMISSION
SERIE D, E, F, GCE/AL

EPREUVE DE MATHEMATIQUES
DUREE : 3 HEURES

EXERCICE 1 : (5,5 POINTS)

1) P est un polynôme complexe qui est défini par : $P(z) = z^3 + 3iz - 5 + 5i$.

1) a) Vérifier que le nombre complexe $-1 - i$ est une racine de P. **0,25pt**

1) b) Déterminer les complexes a et b tels que : $P(z) = (z + 1 + i)(z^2 + az + b)$. **0,50pt**

1) c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $P(z) = 0$. **1,00pt**

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$. On donne trois points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -1 - i$, $z_B = 2 - i$ et $z_C = -1 + 2i$.

2) a) Déterminer l'ensemble (D) des points M d'affixe z qui vérifie : $|z - 2 + i| = |z + 1 - 2i|$, puis vérifier que le point A appartient à (D). **0,75pt**

2) b) Calculer un argument du nombre complexe $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$, puis en déduire la mesure principale de l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}})$. **0,75pt**

2) c) En déduire la nature exacte du triangle ABC. **0,25pt**

3) On considère la similitude direct S de centre B qui transforme le point A en C.

3) a) Déterminer le rapport et l'angle de la similitude S. **0,50pt**

3) b) Donner l'écriture complexe de la similitude S. **0,50pt**

3) c) (C) est le cercle circonscrit au triangle ABC, déterminer les caractéristiques de (C') image de (C) par S et construire (C) et (C') sur la même figure. **1,00pt**

EXERCICE 2 (4,5 POINTS) :

Les deux questions sont indépendantes.

1) Une urne contient dix boules indiscernables au toucher : cinq vertes, trois rouges et deux jaunes. On tire au hasard et simultanément trois boules de cette urne.

1) a) On considère les évènements : A « Les boules tirées sont vertes », B « Les boules tirées sont de la même couleur » et C « Les boules tirées sont chacune d'une couleur différente. »

Calculer les probabilités p(A), p(B), et p(C). **1,25pt**

1) b) A chaque tirage, on associe le nombre X de couleurs obtenues.

Déterminer la loi de probabilité de X et calculer son espérance mathématique. **1,25pt**

2) Une entreprise achète, utilise et vend des machines après un certain nombre x_i d'années. Après six années, l'évolution du prix de vente y_i d'une machine en fonction du nombre d'années d'utilisation se présente comme suit :

Nombre d'années x_i	1	2	3	4	5	6
Prix y_i en milliers de FCFA	150	125	90	75	50	45

2) a) Déterminer une équation cartésienne de (D) la droite de régression de y en x. **1,50pt**

2) b) En déduire une estimation du prix de vente d'une machine après sept ans d'utilisation. **0,50pt**

PROBLEME (10 POINTS) :

On donne la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (2x - 4).e^{\frac{x}{2}} + 2 - x$; on note (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) Etude d'une fonction auxiliaire

On donne la fonction g définie par : $g(x) = x - e^{\frac{-x}{2}}$.

1) a) Calculer les limites de g en $-\infty$ et $+\infty$. **0,50pt**

1) b) Etudier la variation de g et dresser son tableau de variation. **0,75pt**

1) c) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α tel que : $0,7 < \alpha < 0,71$. **0,50pt**

1) d) Déterminer le signe de $g(x)$. **0,50pt**

2) Etude de la fonction f et construction de la courbe de f

2) a) Calculer de façon rigoureuse les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$. **1,00pt**

2) b) Calculer la dérivée f'(x), puis exprimer celle-ci en fonction de g(x). **0,75pt**

2) c) En déduire les variations de f et dresser le tableau de variation. **1,00pt**

2) d) Démontrer que $f(\alpha) = 4 - \alpha - \frac{4}{\alpha}$; puis en déduire un encadrement de $f(\alpha)$ d'amplitude 10^{-1}. **1,00pt**

2) e) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 2$ est asymptote à la courbe de f au voisinage de $-\infty$. **0,50pt**

2) f) Calculer les coordonnées des points d'intersection de la courbe de f et de l'axe des abscisses. On les appellera A et B. **0,50pt**

2) g) Soit E le point d'intersection de (C_f) avec l'axe des ordonnées. Etablir l'équation de la tangente (T) à (C_f) en E. **0,50pt**

2) h) Construire (D), (T) et (C_f). **1,00pt**

3) Calcul d'aire

3) a) Calculer l'aire $A(\beta)$ de la partie du plan délimitée par la courbe de f, la droite (D) et les droites d'équation $x = \beta$ et $x = 0$ avec $\beta < 0$. **1,00pt**

3) b) Calculer la valeur de $A(\beta)$ lorsque β tend vers $-\infty$. **0,50pt**

Fin de l'épreuve