

# PREPAVOGT

B.P. : 765 Yaoundé

Tél. : 22 01 63 72 / 96 16 46 86

E-mail. : [prepavogt@yahoo.fr](mailto:prepavogt@yahoo.fr)

[www.prepavogt.com](http://www.prepavogt.com)



Yaoundé le 25 Juillet 2009

## CONCOURS D'ADMISSION SERIE D, E, F, GCEA/L

## EPREUVE DE MATHEMATIQUES DUREE : 3 HEURES

### EXERCICE 1 (4 POINTS) :

On considère les intégrales suivantes ;

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x \, dx \quad B = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \, dx \quad C = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\cos^2 x \sin^2 x \, dx .$$

- 1) a – En utilisant la formule de Moivre, exprimer  $\cos 4x$  en fonction de  $\cos x$  et  $\sin x$ . **1pt**  
b – Déterminer alors la valeur numérique de  $A + B - 3C$ . **1pt**
- 2) a – Calculer les valeurs numériques de  $A - B$  et  $A + B + C$ . **1pt**  
b – En déduire de tout ce qui précède, les valeurs respectives de  $A$ ,  $B$  et  $C$ . **1pt**

### EXERCICE 2 (4 POINTS) :

Deux moniteurs de colonies de vacances sont responsables d'un groupe de 27 élèves du lycée, composé de 15 garçons et 12 filles.

- 1) Pour organiser un jeu, les moniteurs choisissent au hasard un groupe de trois élèves.  
a – Combien de groupes différents de trois élèves peuvent-ils ainsi former ? **0,50pt**  
b – Soit  $X$  la variable aléatoire qui associe à chaque groupe de trois élèves, le nombre de garçons obtenus. Etablir la loi de probabilité de  $X$ . **1,00pt**  
c – Calculer l'espérance mathématique et la variance de  $X$ . **1,00pt**  
d – Quelle est la probabilité qu'il y ait au moins un garçon dans un groupe ? **0,50pt**
- 2) Parmi les garçons, les trois quarts savent nager et parmi les filles, les deux tiers savent nager. On choisit au hasard un élève qui sait nager. Quelle est la probabilité qu'il soit un garçon ? **1,00pt**

TSVP →

### **EXERCICE 3 (5,5 POINTS) :**

#### **Partie A**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$

Pour réaliser la figure, on prendra pour unité graphique 1 cm.

Soit P le point d'affixe p où  $p = 10$  et  $\Gamma$  le cercle de diamètre [OP]

On désigne par  $\Omega$  le centre de  $\Gamma$ .

Soit A, B, C les points d'affixes respectives a, b et c, où  $a = 5 + 5i$ ,  $b = 1 + 3i$  et  $c = 8 - 4i$

- 1 - Montrer que A, B et C sont des points du  $\Gamma$ . **1,50pt**
- 2 - Soit D le point d'affixe  $2 + 2i$ . Montrer que D est le projeté orthogonal de O sur la droite (BC). **1,00pt**

#### **Partie B**

A tout point M du plan différent de O, d'affixe z, on associe le point M' d'affixe z' tel que :

$$z' = \frac{20}{\bar{z}} \text{ où } \bar{z} \text{ désigne le nombre conjugué de } z.$$

- 1- Montrer que les points O, M et M' sont alignés. **0,50pt**
- 2- Soit  $\Delta$  la droite d'équation  $x = 2$  et M un point de  $\Delta$ , M' associé au point M.
  - a) Vérifier que  $z + \bar{z} = 4$  **0,50pt**
  - b) Exprimer  $z' + \bar{z}'$  en fonction de z et  $\bar{z}$  en déduire que  $5(z' + \bar{z}) = z' \bar{z}$ . **1,00pt**
  - c) En déduire que M' appartient à l'intersection de la droite (OM) et du cercle  $\Gamma$ .  
Placer M' sur la figure. **1,00pt**

### **EXERCICE 4 (6,5 POINTS)**

A- Soit g la fonction définie par :  $g(x) = (\ln x)^3 + \ln x - 2$ .

- 1- Donnez l'ensemble de définition de g, noté  $E_g$  et calculez g(e). **0,50pt**
- 2- Montrez que g est strictement croissante sur  $E_g$ . **0,50pt**
- 3- Déduisez-en le signe de g(x) pour x élément de  $E_g$ . **0,50pt**

B- Soit f la fonction définie par :  $f(x) = \frac{(\ln x)^3 - \ln x + 1}{(\ln x)^2}$

- 1- Déterminez l'ensemble de définition  $E_f$  de f. Etudiez les limites de f aux bornes de  $E_f$ . **0,75pt**
- 2- Montrez que f est dérivable sur  $E_f$  et que pour tout x de  $E_f$  :  $f'(x) = \frac{g(x) \ln x}{x(\ln x)^4}$  **1,00pt**
- 3- Etudiez les variations de f. **0,75pt**
- 4- Dans le plan, rapporté à un repère orthonormal, on considère la courbe (C) représentative de f et la courbe ( $\Gamma$ ) d'équation  $y = \ln x$   
Etudiez la position relative de (C) et de ( $\Gamma$ ) **1,00pt**
- 5- Tracez (C) et ( $\Gamma$ ) sur le même graphique. **1,50pt**

Fin de l'épreuve