

PREPAVOGT

B.P. : 765 Yaoundé

Tél. : 22 01 63 72 / 96 16 46 86

E-mail. : prepavogt@yahoo.fr

www.prepavogt.org



Yaoundé le 21 Juillet 2010

CONCOURS D'ADMISSION SERIE D, E, F, CI, GCEA/L

EPREUVE DE MATHEMATIQUES DUREE : 3 HEURES

EXERCICE 1 (5 POINTS) :

Un homme, en possession de dix clés dont une seule est la bonne, essaie d'ouvrir la porte. On suppose les clés indiscernables et les essais aléatoires.

1) Il essaie les clés en remettant à chaque fois la clé essayée dans le trousseau.

Calculer la probabilité des événements suivants :

A : Il ouvre la porte du premier coup **0.50pt**

B : Il ouvre la porte au deuxième essai seulement **0.50pt**

C : Il ouvre la porte au quatrième essai seulement **0.50pt**

D : Il ouvre la porte en moins de cinq essais **1.00pt**

2) Il pratique maintenant une autre méthode qui consiste à mettre de côté la clé essayée et à continuer les essais avec les clés restantes. Calculer les probabilités des événements A, B, C et D ci-dessus. **2,50pt**

EXERCICE 2 (5 POINTS)

La suite I_n est définie pour tout entier naturel n par : $I_n = \int_0^1 \frac{e^{nx}}{1+e^x} dx$.

1) a - Calculer I_1 ; puis $I_0 + I_1$ et en déduire I_0 **1.50pt**

b - Pour tout entier naturel n , calculer $I_n + I_{n+1}$ **1.00pt**

2) Etudier le sens de variation de (I_n) . **0.50pt**

3) Prouver que pour tout x de l'intervalle $[0, 1]$, $\frac{e^{nx}}{1+e} \leq \frac{e^{nx}}{1+e^x} \leq \frac{e^{nx}}{2}$ **0.50pt**

4) En déduire un encadrement de I_n **1.00pt**

5) En déduire la limite de la suite $\left(\frac{I_n}{e^n}\right)$ **0.50pt**

EXERCICE 3 (5 POINTS)

Déterminer les fonctions solutions de l'équation différentielle $y'' + ay' + by = 0$ dans les cas suivants :

a) $a = 2$ et $b = -3$

0.75pt

b) $a = -2$ et $b = 1$

0.75pt

c) $a = 1$ et $b = 1$

1.00pt

2) On considère l'équation différentielle suivante :

$$y'' - 2y' + y = 4e^x \quad (1)$$

où y est une fonction numérique de la variable réelle x , y' sa dérivée première et y'' sa dérivée seconde.

a) On pose $u(x) = 2x^2e^x$. Vérifier que la fonction u est une solution particulière de l'équation (1). **0.50pt**

b) On pose $z = y - u$. Montrer que y est solution de (1) si et seulement si z est solution de l'équation différentielle :

1.00pt

$$z'' - 2z' + z = 0 \quad (2)$$

c) Résoudre l'équation (2) et en déduire la solution générale de l'équation (1).

1.00pt

EXERCICE 4 (5 POINTS)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par $f(x) = (1 - x)e^{1-x}$.

On désigne par C la courbe représentative de f dans un plan P rapporté à un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j})

1) Etudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

0.75pt

2) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

1.00pt

3) Construire la courbe C

0.75pt

4) On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie par $g(x) = |1 - x|e^{1-x}$

a) Exprimer, sur des intervalles convenables, g à l'aide de f .

0.75pt

b) Tracer la courbe Γ de g en expliquant comment on obtient cette courbe à partir de la courbe C .

0.75pt

5) Calculer $\int_0^1 f(x)dx$ et en donner une interprétation géométrique.

1.00pt

Fin de l'épreuve