EPREUVE DE RAISONNEMENT LOGIQUE
ET MATHEMATIQUE

Nombre de pages de l'épreuve	**10 pages**
Durée de l'épreuve	**3h00**

Compte tenu du fait qu'il s'agissait d'un concours d'entrainement, cette épreuve à été prise sur le site www.concours-acces.com

L'épreuve se décompose en 3 parties de 6 questions chacune. Chaque question se compose de 4 propositions pour lesquelles le candidat doit indiquer si elles sont vraies ou fausses. Toutes les réponses sont possibles. Par exemple, dans une même question, les propositions peuvent être toutes vraies, ou toutes fausses.

1re partie :
Raisonnement logique
Le candidat mettra en œuvre des outils simples adaptés à la résolution des exercices proposés. Il devra faire preuve d'adaptation rapide d'une question à l'autre, les questions étant indépendantes.

2e partie :
Raisonnement mathématique
Dans cette partie plus classique, le candidat devra démontrer sa maîtrise des outils faisant partie du programme de mathématiques des filières générales du baccalauréat. Les questions y sont également indépendantes.

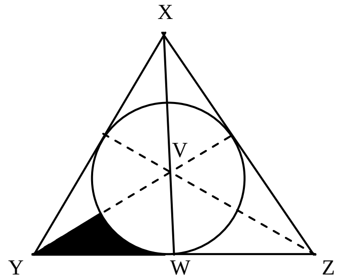
3e partie :
Problème mathématique
Dans cette partie, les questions peuvent être dépendantes. Le candidat pourra donc exploiter les résultats obtenus précédemment pour répondre aux questions suivantes.

Chaque question comporte quatre items, notés **A. B. C. D.** Pour chaque item, vous devez signaler s'il est vrai en l'indiquant sur la grille de réponses en marquant la case sous la lettre V ; ou faux en l'indiquant sur la grille de réponses en marquant la case sous la lettre F.

Important : l'utilisation d'une calculatrice est strictement interdite.

Exercices n° 1 à 6: Logique

1) Soit le triangle équilatéral xyz où xy = 4. Soit le cercle inscrit de centre v et le rayon VW= 1/3 wx.



A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Le rayon $vw = \sqrt{3}$

B. La surface du triangle de xyz est égale à $3\sqrt{3}$

C. La surface du cercle inscrit 2π.

D. La surface coloriée vaut $\frac{2}{3}\left(\sqrt{3 - \pi}\ \right)$

2) Nous disposons de 4 haltères W, X, Y et Z. L'haltère W pèse 8 kg. L'haltère X équivalent à l'haltère Y plus l'haltère W ; et 5 fois l'haltère Y équivaut à l'haltère X. L'haltère Z équivaut à l'haltère X plus l'haltère Y. A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. L'haltère W est plus lourd que l'haltère Z.

B. L'haltère Y est plus lourd que l'haltère Z ;

C. Le poids des 4 haltères est égal à 40 kg.

D. Le poids total haltère W et X est plus grand que le poids total des haltères Y et Z.

3) Devant vous, se trouvent 3 gobelets dont l'un cache un bijou. Les 3 gobelets sont discernables par les lettres X, Y et Z. Sur chaque gobelet est portée une inscription. Une seule inscription parmi les 3 est vraie.

- Sur le gobelet X, on lit l'inscription « le bijou est dans ce gobelet ».
- Sur le gobelet Y, on lit l'inscription « le bijou n'est pas ce gobelet ».
- Sur le gobelet Z, on lit l'inscriptions « le bijou n'est dans le gobelet X ».

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Le bijou n'est pas dans le gobelet Y

B. Le bijou n'est pas dans le gobelet X.

C. Le bijou est dans le gobelet Z.

D. Les inscriptions portées sur les gobelets Y et Y sont fausses.

4) Un couple a trois enfants : 1 fils aîné et deux filles qui sont jumelles. On dispose des informations suivantes :

- La somme des âges de la famille est égale à 172 ans ;
- Le père est 2 ans plus âgé que sa femme ;

- La différence d'âge entre la mère est égale au double de la différence d'âges entre le garçon et une de ses sœurs.
- Quand les filles auront l'âge qu'a actuellement leur mère, le fils sera deux fois plus âgé qu'il l'est aujourd'hui.

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. La différence d'âge entre le garçon et une de ses sœurs est de 10 ans.

B. Le père a eu son premier enfant à 25 ans.

C. L'âge moyen de la famille est inférieur à 30 ans.

D. La mère a 30 ans plus que ses filles.

5) Nous possédons les informatiosn suivantes concernat trois revues (notées L, M et N) lues par les 320 élèves de première année d'une grande école de management :

- 80 lisent la revue L, 100 la revue M et 30 la revue N ;
- Il y a autant d'élèves à lire les trois revues qu'à lire la seule revue L ;
- Ceux qui lisent seulement les revues L et N sont au nombre de 15 .
- 80 élèves lisent exactement deux revues ;
- 60 lisent les revues L et M.

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Il y a exactement 200 élèves qui ne lisent aucune revue

B. Il y a exactement 5 élèves qui ne lisent que la revue L seule.

C. Aucun élève ne lit la revue N seule

D. Il y a exactement 6 élèves qui lisent les 3 revues.

6) Une entreprise est composée uniquement de 3 catégories de personnel : les cadres supérieurs, les cadres moyens et les employés. Il y a au total 270 employés qui travaillent dans cette entreprise. 90% des cadres supérieurs, soit 9 personnes, y travaillent à plein temps. Alors que le reste des cadres supérieurs est à temps partiel. 80% des cadres moyens, soit 16 personnes, y travaillent à plein temps. Alors que le reste des cadres moyens est à temps partiel. Un tiers des employés y travaillent à temps partiel. Alors que le reste des employés est à temps complet.

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. L'effectif total de l'entreprise est égal à 305.

B. Il ya au total 4 cadres moyens qui travaillent à temps partiel.

C. Il y a au total 200 personnes qui travaillent à temps

D. les cadres représentent 10% du du personnel de l'entreprise

7) On considère la fonction f définie par : $f(x) = 2x\sqrt{4-x}$ et T la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse $x = 0$

A. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

B. Pour tout $x \pi 4$ on a $f'(x) = \dfrac{8-3}{\sqrt{4-x}}$ où f' est la fonction dérivée de f

C. Pour tout $x \in \left]-\infty, 4\right]$ on a $f(x) \leq \dfrac{32\sqrt{3}}{9}$

D. La courbe représentative de la fontion f est au dessus de la droite T.

8) On considère la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{In(x^2+1)}{In(x^2)}$ où ln désigne le logarithme répérien.

A. L'ensemble de définition de la fonction f est l'ensemble $\left]0, +\infty\right[$

B. La fonction f peut être reformulée de la façon suivante :

$$f(x) = 1 + \frac{1}{In(x^2)} \ln\left(\frac{1}{x^2} + 1\right)$$

C. La courbe représentative de la fonction f est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

D. L'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution sur l'ensemble de définition.

9) Soient f et g les fonctions définies sur l'ensemble $\left]-1, +\infty\right[$ par : $f(x) = In(x+1) + e^{-x}$ et $g(x) = e^{x} - (x+1)$ où In désigne le logarithme népérien.

A. Pour tout $x \phi -1$ et $f'(x) = \dfrac{e^{-x}}{x+1} g(x)$ où f' est la fonction dérivée

B. La fonction g est croissant sur l'ensemble $\left]-1, +\infty\right[$

C. L'intégrale $\int_0^1 g(x)dx$ est positive.

D. La fonction F définie par : $F(x) = (1+x)In(1+x) - x + e^{-x}$ est une primitive de la fonction f

10) Soient a et b deux réels, $f_{a,b}$ la fonction définie par : $f_{a,b}(x) = \dfrac{ax^2 - 9}{x+b}$ pour tout $x \in IR$ et $x \neq -b$. On note par $C_{a,b}$ la courbe représentative de la fonction $f_{a,b}$

A. Si $a = 1$ la droite d'équation $y = x - b$ est une asymptote oblique à la courbe représentative $C_{a,b}$

B. Il existe au moins une valeur de a telle que la courbe représentative $C_{a,b}$ admettre une asymptote horizontale.
C. Si $a=1$ et $b=1$ la courbe représentative $C_{a,b}$ est tangente au point d'abscisse $x=1$ à la droite D passant par les points $A(2,-1)$ et $B(3,2)$
D. Si a $a=-1$ et $b=1$ la courbe représentative $C_{a,b}$ est en dessous de son asymptote au voisinage de $+\infty$

11) On considère l'équation suivante (E): $\sqrt{m-x}+\sqrt{m+x=x}$
Où $x \in IR$ et m est un paramètre réel donnée et $m \phi 0$

A. Si $-m \leq x \leq m$ l'équation (E)est bien définie
B. Si $0 \leq x \leq m$ l'équation (E) est équivalente à l'équation suivante : $2\sqrt{m-x}\sqrt{m+x} = x^2 - 2m$
C.Si $m=1$ alors l'équation (E) n'admet pas de solution
D. Si $0 \pi m \pi 1$ alors l'équation (E) admet comme unique solution : $2\sqrt{1-m}$

12) Soit la suite (u_n) de nombres $u_0, u_1, u_2, ...; u_n, ...$ définie par son premier terme $u_0 = 2$ et par la relation $u_{n+1} = \dfrac{2u_n + 1}{u_{n+2}}$ vérifiée pour tout entier naturel n.

Soit (a_n) une suite telle que, pour tout entier naturel $n,$ on a : $u_n = \dfrac{3a_n - 1}{3a_n - 2}$ et

(b_n) la suite définie par : $b_n = a_n - \dfrac{1}{2}$

A. Le premier terme a_0 de la suite (a_n) vaut 2
B. La suite (a_n) vérifie la relation : $a_{n+1} = 3a_n - 1$
C. La suite (b_n) est une suite géométrique de raison 3
D. $\lim u_n = 1$

13) Avant l'examen de fin d'année , les étudiants passent deux tests successivement. Les ¾ réussissent le premeir test. La probabilité de réussir le deuxième test est de 0,7 si le premier a été réussi et de 0,3 si le premier a été raté.

L'expérience des années précédentes permet d'affirmer que :

- 80% des étudiants qui échouent aux deux test ratent l'examen de fin d'année ;
- 60% des étudiants qui réussissent l'un des deux tests réussisent l'examen de fin d'année ;
- 95% des étudiants réussissant les deux tests réussissent l'examen de fin d'année.

A. La probabilité qu'un étudiant réussisse le deuxième test est 3/40
B. La probabilité qu'un étudiant réussisse les deux tests est 21/40
C. Si un étudiant réussit le deuxième test la probabilité qu'il ait réussi le premier test est 7/8
D. Le taux prévisible de succès à l'examen de fin d'année est 62%

14) Soit la fonction $f(x) = x^2 In\left|\dfrac{1+x}{1-x}\right|$

et F sa courbe représentative

A. L'ensemble de définition de f est l'ensemble des réels privé de $= -1$ et 1
B. La fonction f est impaire, x appartenant à l'ensemble de définition
C. $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 0$

D. La droite D d'équation $y = 2x$ est asymptote à la courbe F quand x tend vers $+\infty$

15) Soit la fonction f définie sur $[-3,1]$ par $f(x) = \dfrac{xe^x}{e^x + 1}$

et g définie par : $g(x) = e^x + x + 1$

A. La fonction dérivée $f'(x)$ est égale à $\dfrac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$
B. Il existe un seul réel $a, -2 \pi a \pi 1,$ tel que $g(a) = 0$

C. Si $g(a) = 0$ avec $-2 \pi a \pi 1,$ alors $f(a) = a$

D. $\int_{-2}^{-1} x.\dfrac{e^x}{e^e + 1} dx = -In\left(1 + \dfrac{1}{e}\right) + 2In\left(1 + \dfrac{1}{e^2}\right) - \int_{-2}^{-1} 1n(1 + e^x) dx$

16) 400 sportifs sont inscrits dans un club de sport : 240 jouent au football ; 120 jouent au tennis ; 80 ne font ni l'un ni l'autre.

On désigne par F l'événement (tirer au sort un inscrit dans le club qui joue au football), T l'événement (tirer au sort un inscrit dans le club qui joue au tennis) et l'événement F $\cap$ T veut dire (tirer au sort un sportif inscrit dans le club qui joue au football et au tennis.)

On donne P $(F \cap T) = 0{,}10$
On tire au hasard un inscrit.

A. La probabilité qu'il joue au football est 0,6
B. La probabilité qu'il ne pratique ni le football ni le tennis est 0,20
C. La probabilité de tirer au sort un sportif qui joue au football ou au tennis est 0,10
D. On tire au hasard un joueur de tennis, la probalitité qu'il joue au football est 0,10

17) Soit le système S de 3 équations ou x, y sont 2 inconnues réelles et a un paramètre réel.

$$\begin{cases} ax + y = 1 \\ x + ay = 1 \\ x + 2y = a - 1 \end{cases}$$

A. Si $a = \dfrac{1}{2}$ alors le système S n'a pas de solution
B. Si $a \neq \dfrac{1}{2}$ alors le système S admet une infinité de solutions
C. Si a est égal à 1, 2 ou $-2,$ le système S admet une solution unique
D. Si $a = 1$, le système S admet comme solution le couple $(2, -1)$

18) Dans un plan P muni d'un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$, on considère la droite D passant par le point $M(0;3,5)$ et de pente 2, G la courbe représentative d'une fonction f d'équation $y=\frac{1}{2}x^2+x+\frac{7}{2}$

A. $f(0)=3,5$
B. La droite D coupe la courbe G au point N $(2;7,5)$
C. Le nombre dérivé de f au point M vaut 1
D. La tangente pasant par le point N $(2;7,5)$ à la courbe G est parallèle à la droite D

Exercices n° 19 à 24: Problème mathématique

Certaines questions peuvent être traitées indépendamment. D'autres nécessitent les résultats obtenus dans les questions précédentes.

Un restaurateur néophyte veut ouvrir un restaurant. Plusieurs possibilités s'offrent à lui. Il peut ouvrir un restaurant offrant une cuisine chinoise ou un restaurant offrant une cuisine italienne. Cet établissement peut être implanté en centre ville ou non. Quelle que soit la cuisine proposée, le restaurant peut être aménagé ou non pour offrir un cadre typique associé à la cuisine proposée (décor, musique, ambiance, …)

Ne connaissant pas a priori la formule qui serait susceptible d'intéresser un maximum de personnes, il décide de faire appel à un ami pour réaliser une enquête auprès du public.

On vous communique ci-dessous le questionnaire utilisé ainsi que les résultats obtenus. Toutes les personnes interrogées ont répondu à toutes les questions.

Questionnaire :

- Aimez-vous la cuisine chinoise ? OUI/ NON
- Aimez-vous la cuisine italienne ? OUI/ NON
- Préférez-vous un restaurant au cadre typique ? OUI/ NON
- Préférez-vous un restaurant en centre ville ? OUI/ NON

Le dépouillement de cette enquête a permis d'établir les résultats suivants :

- Parmi les personnes interrogées, personne n'aime à la fois la cuisine italienne et la cuisine chinoise.
- 51 personnes aiment la cuisine chinoise. 3 d'entre-elles souhaitent un cadre non-typique et hors du centre ville.
- 60 personnes aiment la cuisine italienne. 5 d'entre-elles souhaitent un cadre non-typique et hors du centre ville.
- 103 personnes préfèrent un cadre typique. 12 parmi celles-ci ne veulent ni cuisine chinoise, ni cuisine italienne et surtout pas de restaurant en centre ville. 45 parmi les 103 préfèrent en plus du cadre typique, un restaurant italien. 33 parmi les 103 préfèrent en plus du cadre typique, un restaurant chinois.
- 92 personnes souhaitent un restaurant en centre ville. 37 qui préfèrent la cuisine chinoise et 35 la cuisine italienne. Parmi ces 92 personnes, 7 ne veulent ni cuisine chinoise, ni cuisine italienne, ni cadre typique.

- Parmi les personnes interrogées, aucune n'a souhaité un restaurant hors centre ville, au cadre non typique et qui ne propose ni cuisine italienne ni cuisine chinoise.

19) A partir des information précédentes, on peut conclure que :

A. 11 personnes préfèrent un restaurant chinois au cadre typique hors du centre ville.
B. 25 personnes préfèrent un restautant chinois au cadre typique en centre ville.
C. 10 personnes préfèrent un restaurant italien au cadre non typique en centre ville.
D. 25 personnes préfèrent un restaurant italien au cadre typique hors du centre ville.

20) A partir des informations précédentes, on peut conclure que :

A. Plus de 130 personnes ont été interrogées.
B. Plus de 20% des personnes interrogées n'aiment ni la cuisine chinoise, ni la cuisine italienne.
C. Parmi les 8 possibilités d'ouverture de restaurant, la moins plébiscitée représente moins de 3% des personnes interrogées.
D. En admettant que l'ensemble de la population ait des goûts similaires à l'échantillon de personnes interrogées, il doit ouvrir un restaurant chinois au cadre typique en centre ville.

Sans tenir compte des résultats de l'enquête menée précedemment, le restaurateur décide d'ouvrir un restaurant italien et de proposer uniquement deux types de plat : des lasagnes et des spaghettis sauce bolognaise. Les ingrédients pour préparer des lasagnes et des spaghettis sauce bolognaise sont de la pâte et de la sauce à la viande. Pour faire des spaghettis sauce bolognaise, il faut deux fois plus de pâte que de sauce à la viande (ex : pour 1kg de pâte, il faut 500g de sauce). Un plat de lasagnes nécessite deux fois plus de sauce à la viande que de pâte.

Le chef a commandé à des fournisseurs 15 kilogrammes de sauce à la viande et 15 kilogrammes de pâte.

21) A partir des information précédentes, on peut conclure que :

A. Si le chef ne prépare que des spaghettis sauce bolognaise, il lui restera exactement 7kg de sauce à la viande.
B. Si le chef prépare 15 kg de spaghettis sauce bolognaise, il pourra encore préparer 18kg de sauce et 2kg de pâte ne seront pas utilisés.
C. Si le chef prépare 15 kg de lasagne, il pourra encore également préparer une certaine quantité de spaghettis sauce bolognaise et utiliser complètement l'ensemble des ingrédients commandés.
D. Il n'existe qu'une seule combinaison (poids de spaghettis sauce bolognaise – poids de lasagne) qui permette d'utiliser les ingrédients commandés.

Un jour donné, la livraison est de x kilogrammes de pâte et y kilogrammes de sauce.
Notons :

- S, le nombre de kilogrammes de spaghettis sauce bolognaise préparés par le chef ;
- L, le nombre de kilogrammes de lasagnes préparées par le chef.

Sachant qu'il faut 200 grammes de pâte pour faire une assiette de spaghettis sauce bolognaise et 200 grammes de sauce pour faire une assiette de lasagnes, notons :

- σ, le nombre d'assiettes de spaghettis sauce bolognaise préparées par le chef ;

- λ, le nombre d'assiettes de lasagnes préparées par le chef.

Une assiette de spaghettis sauce bolognaise est vendue 7€ et une assiete de lasagnes est vendue 9€.

22) A partir des informations précédentes, on peut conclure que :

A. La quantité de pâte utilisée sera à $\frac{1}{3}S+\frac{2}{3}L$.

B. Si tous les ingrédients sont utilisés alors $S=2x-y$.

C. Si tous les ingrédients sont utilisés alors $\sigma=\frac{20}{3}x+\frac{10}{3}y$.

D. Si le chef utilise tous les ingrédients et vend tous les plats, le chiffre d'affaires sera de $\frac{50}{3}x+\frac{110}{3}y$ €.

Dans un souci d'éviter l'attente du client, le restaurateur décide d'étudier plus précisément l'affluence de sa clientèle en fonction du temps, dans l'heure qui suit l'ouverture.

Pour ce faire, il compte toutes les 2 minutes les commandes enregistrées. Nous ne parlerons plus que de pointages (1^{er} pointage =2 min. après l'ouverture, $2^{ème}$ pointage=4 min. après l'ouverture, …)

D'après cette étude, il en déduit qu'à partir de l'ouverture du restaurant, l'évolution du nombre de plats commandés dans un laps de temps de 2 minutes peut être approximé comme suit :

$$y=0{,}5x$$

Avec y étant le nombre de plats commandés dans les 2 minutes précédentes et x le numéro du pointage (1,2,3,…)

Comme vous pouvez le remarquer, nous avons rendu cette fonction continue dans un but de simplification de l'analyse.

Connaissant maintenant parfaitement l'évolution des commandes, il décide de s'intéresser au nombre de plats pouvant être préparés en cuisine. Il remarque que le nombre de plats préparés dépend logiquement du nombre de cuisiniers mais également de la période à laquelle on se réfère. Il mène une étude sur la production en cuisine en fonction du temps (même méthode de pointage toutes les 2 minutes) et du nombre de cuisiniers. Il en déduit la fonction suivante :

$$Z=n\sqrt[n+1]{x}=n\times x^{\frac{1}{n+1}}$$

Avec Z étant le nombre de plats préparés dans les 2 minutes précédentes,
n le nombre de cuisiers présent
et x le numéro du pointage (1,2,3,…)

23) A partir des informations précédentes, on peut conclure que :

A. Au $5^{ème}$ pointage, au moins 4 plats ont été commandés dans les 4 minutes qui précèdent.

B. De l'ouverture au $24^{ème}$ pointage, plus de 200 plats ont été commandés.

C. Au $16^{ème}$ pointage, si 3 cuisiniers sont présents, 6 plats seront préparés dans les 2 minutes précédentes.

D. De l'ouverture au $16^{ème}$ pointage, si 3 cuisiniers sont présents, ils prépareront plus de 50 plats.

E. En supposant n cuisiniers présents, ils ne pourront plus faire face à partir du pointage

$$x = \sqrt[n]{2n^{n+1}} = \left(2n^{n+1}\right)^{\frac{1}{n}}$$

24) A partir des informations précédentes, on peut conclure que :

A. Si un seul cuisinier travaille, à partir du 5ème pointage, il ne pourra plus faire face aux commandes car dans les 2 minutes précédentes, le nombre de plats commandés sera supérieur au nombre de plats qu'ils puisse préparer.

B. Si 2 cuisiniers travaillent, dès le 11ème pointage, ils ne pourront plus faire face aux commandes car dans les 2 minutes précédentes, le nombre de plats commandés sera supérieur au nombre de plats qu'ils puissent préparer.

C. En supposant n cuisiniers présents, il ne pourront plus faire face à partir du pointage

$$x = \sqrt[n]{2n^{n+1}} = \left(2n^{n+1}\right)^{\frac{1}{n}}$$

Lors de l'ouverture du restaurant, tous les cuisiniers sont présents en cuisine mais un seul d'entre eux est chargé de la préparation des plats (car un seul suffit), les autres s'affèrent à d'autres tâches. Dès que le premier ouvrier ne peut plus faire face aux commandes, il sera épaulé par un second qui délaissera sa tâches sa tâche pour se consacrer également à la préparation des plats. On prendra pour principe, que le second cuisinier épaule le premier juste avant la saturation de celui-ci, c'est-à-dire au pointage qui précède le moment où il sera débordé. Quand ceux-ci ne pourront plus faire face aux commandes prises, un troisième les rejoindra (dès le pointage précédent le moment où les deux seront débordés et ainsi de suite pour les cuisiniers suivants. Quand plusieurs cuisiniers travaillent ensemble, ils effectuent chacun la même quantité de travail (ex : si 2 sont présents et 5 plats sont commandés, ils prépareront chacun 2,5 plats)

A partir des informations précédentes, on peut conclure que :

D. De l'ouverture au 10ème pointage, le premier cuisinier présent préparera un total de 13 plats.