Partenaire de

SUJET CONSIDERE COMME ASSEZ FACILE

EPREUVE DE RAISONNEMENT LOGIQUE ET MATHEMATIQUES

Nombre de pages de l'épreuve	**7 pages**
Durée de l'épreuve	**3h00**

L'épreuve se décompose en 3 parties de 6 questions chacune. Chaque question se compose de 4 propositions pour lesquelles le candidat doit indiquer si elles sont vraies ou fausses. Toutes les réponses sont possibles. Par exemple, dans une même question, les propositions peuvent être toutes vraies, ou toutes fausses.

1re partie :
Raisonnement logique
Le candidat mettra en œuvre des outils simples adaptés à la résolution des exercices proposés. Il devra faire preuve d'adaptation rapide d'une question à l'autre, les questions étant indépendantes.

2e partie :
Raisonnement mathématique
Dans cette partie plus classique, le candidat devra démontrer sa maîtrise des outils faisant partie du programme de mathématiques des filières générales du baccalauréat. Les questions y sont également indépendantes.

3e partie :
Problème mathématique
Dans cette partie, les questions peuvent être dépendantes. Le candidat pourra donc exploiter les résultats obtenus précédemment pour répondre aux questions suivantes.

Chaque question comporte quatre items, notés **A. B. C. D.** Pour chaque item, vous devez signaler s'il est vrai en l'indiquant sur la grille de réponses en marquant la case sous la lettre V ; ou faux en l'indiquant sur la grille de réponses en marquant la case sous la lettre F.

Important : l'utilisation d'une calculatrice est strictement interdite.

PARTIE A : RAISONNEMENT LOGIQUE (Exercices 1 à 6)

Exercice 1 :

Sur le trajet d'un automobiliste, se trouvent trois feux de circulation tricolores (Vert – Orange – Rouge). Ces feux fonctionnent de façon indépendante. Le cycle de chacun d'eux est réglé de la façon suivante : vert (40 s), orange (1/6 du temps mis par le rouge), qui lui-même met 3/5 du vert. L'automobiliste voudrait gagner en temps, pour cela, il devrait rencontrer au moins deux feux verts.

De ces informations, on peut conclure que :

A- La durée du feu vert est dix fois celle du feu orange

B- Le feu orange reste éteint pendant 64 s

C- L'automobiliste dit avoir 9 possibilités des feux sur son trajet

D- La probabilité de rencontrer au moins deux feux verts est $P(s) \in \left]\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right[$

Exercice 2 :

Un héritage X en francs CFA est partagé à 3 enfants dont les âges sont les termes consécutifs d'une progression arithmétique. L'aîné reçoit d'abord le quart de l'héritage, augmenté de 98 250 F, le cadet reçoit d'abord le tiers de ce reste, augmenté de 131 000 F et le benjamin reçoit d'abord la moitié de dernier reste, augmenté de 196 500 F. A la fin de ce premier partage, il reste 2 947 500 F qu'on répartit aux trois enfants proportionnellement à leurs âges. On rappelle que la somme des âges de l'aîné et du benjamin est de 30 ans.

A. Tous les enfants ont d'abord reçu le même montant

B. A la fin le cadet a reçu la moitié de la somme des deux autres

C. En fonction de X, le reste partagé proportionnellement est : $\frac{1}{4}X + 294750$

D. Si un euro vaut 655 FCFA, alors l'héritage était de 19800 euros.

Exercice 3 :

Deux types de contrats sont proposés à un agent dans une entreprise à propos de son salaire mensuel en FCFA.

Type 1 : Salaire mensuel d'embauche 240 000 F et une augmentation annuelle de 5%.

Type 2 : Salaire mensuel d'embauche 250 000 F et une augmentation de 10 000 F chaque année. De ces informations, on peut conclure que :

A- Le salaire mensuel de type 1 sera meilleur que celui du type 2 dès la 5^{e} année.

B- Dès la 10^{e} année le salaire de type 2 est de 50 000 F inférieur à celui du type 1

C- Le contrat étant à durée déterminée (5 ans), il est préférable de choisir le contrat de type 2

D- Le contrat de type 2 offre un salaire mensuel de 340 000 F à la 10^{e} année et celui du type 1 un salaire mensuel de plus de 385 000 F

Exercice 4 :

On dispose de deux urnes U_1 et U_2 indiscernables.

U_1 contient 4 boules rouges (R) et 3 boules vertes (V)

U_2 contient 2 boules rouges (R) et 1 boule verte. On choisit une urne au hasard et on tire une boule de cette urne.

De ces informations, on peut conclure que :

A- On a plus de chance de choisir l'urne U_1 que d'obtenir l'urne U_2

B- La probabilité de choisir une boule rouge de l'urne U_1 est $\frac{2}{7}$ et celle de choisir une boule rouge de l'urne U_2 est $\frac{1}{3}$.

C- Un arbre de choix peut nous servir pour calculer la probabilité de tirer une boule rouge.

D- La probabilité que la boule tirée soit verte est de $\frac{8}{21}$ et celle de choisir l'urne U_1 de $\frac{7}{10}$

Exercice 5 :

Dans une famille de quatre enfants dont Alain, l'âge du père est $\frac{10}{7}$ celui de sa femme, 5 fois celui d'Alain et 3 fois celui de son 2 e fils. La femme a 32 ans de plus que son benjamin, lequel n'a que la moitié de l'âge de son aîné direct, qui à son tour a cinq ans de moins que leur aîné à tous. Le benjamin est âgé de 7 ans au moins et le père a moins de 63 ans. La somme des âges du 2^{e} fils, Alain et le benjamin est égale à l'âge de la femme.

De ces informations, on peut conclure que :

1- Alain n'est pas l'enfant de la femme de son père

2- Soit Z, l'âge du deuxième fils et Y l'âge d'Alain, alors $(Z\,,Y)$ est solution de l'équation : $3Z - 5Y = 0$

3- Le père est âgé de 50 ans, sa femme âgée de 35 ans et l'aîné des enfants âgé de 19 ans.

4- Aucune famille ainsi constituée ne peut exister.

<u>Exercice 6</u> :

Soit P un polynôme de degré 3, tel que $P(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c$. la courbe représentative de P dans un repère orthonormé rencontre l'axe des abscisses en deux points seulement. De ces informations, on peut conclure que :

A- $P'(x)$ s'annule en x_1 , racine double de $P(x)$

B- $P'(x)$ admet deux racines distinctes

C- La courbe de P est une parabole

D- $a = x_2 + 2x_1$; $b = x_1(2x_2 + x_1)$ et $c = x_1^2 x_2$ où x_1 est la racine double de P et x_2 la racine simple.

<u>PARTIE B</u> : RAISONNEMENT MATHEMATIQUE (Exercices 7 à 12)

<u>Exercice 7</u> :

On considère la fonction f définie par : $f(x) = (-x + 2)e^{-x}$, (C) sa courbe représentative dans un repère orthogonal du plan.

A- (C) admet une asymptote en $+\infty$

B- $\int_0^2 f(x)dx = e^2 + 1$

C- F défini par $F(x) = (x - 1)e^{-x} + 4$ est une primitive de f

D- La droite d'équation (D) : $y = e^{-3}$ est la tangente à (C) au point d'abscisse 3

<u>Exercice 8</u> :

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{x-1} - lnx + 1$ On note D son domaine de définition,

A- $D = [0; 1[\cup]1; +\infty[$

B- f est dérivable sur D et $f'(x) = \frac{x^2+x-1}{x(x-1)^2}$

C- f est strictement décroissante sur chaque intervalle de D

D- Une primitive de f est F définie par : $F(x) = ln|x - 1| - xlnx + 2x + c, c \in IR$

<u>Exercice 9</u> :

La fonction polynôme P est définie sur IR par : $P(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c$, où $a, b\ et\ c$ sont des réels, (ε) la courbe représentative de P passe par $A(-1; 0)$, admet une tangente (T) parallèle à (D) : $y = 2x - 4$ au point d'abscisse 1 et un point d'inflexion en $B(1; -4)$

De ces informations, on peut conclure que :

A- De l'énoncé, on a le système $\begin{cases} a-b+c=-1 \\ 2a+b=5 \\ 2a-6=0 \end{cases}$

B- P est dérivable sur IR et strictement croissante sur $\left]\frac{-3-\sqrt{6}}{3};+\infty\right[$

C- L'équation de la tangente à (ε) au point B est $y=2x-6$

D- L'équation $P(x)=0$ admet une solution et une seule $\alpha=-1$

<u>Exercice 10</u> :

g est la fonction définie par $g(x)=-2x+1+\frac{2}{\sqrt{x-1}}$; son ensemble de définition

A- $E=]1;+\infty[$

B- $g'(2)=-3$, où $g'(x)$ est le nombre dérivé de g

C- $\int_2^5 g(x)dx=-14$

D- Une primitive $G\ de\ \ g$ est définie par $G(x)=\ -x^2+x+4\sqrt{x-1}$

<u>Exercice 11</u>

Dans une école de formation : il y a 25 étudiants dont 5 garçons internes, 32% de fille et 48% de garçons externes. L'association des étudiants de cette école voudrait élire un bureau exécutif de 3 membres.

A- La probabilité que le bureau soit formé uniquement de garçons est $P(A)=\frac{34}{115}$

B- La probabilité d'avoir au moins un interne au bureau est $P(B)=1-\frac{20}{25}$

C- La probabilité que le bureau ait au moins une fille est $P(C)=\frac{81}{115}$

D- La probabilité d'avoir exactement une fille et un interne est $P(D)=\frac{5}{23}$

<u>Exercice 12</u> :

h est la fonction définie par $h(x)=\frac{2x^2+x+2}{x+2}$, (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

A- (C) coupe l'axe des abscisses en deux points

B- $h(0)=1$ est un maximum relatif et $h(-4)=-11$ un minimum

C- (C) admet deux asymptotes d'équations : $x=-2$ et $y=2x-2$

D- La fonction h est croissante sur $]-\infty;-4]\cup[0;+\infty[$

<u>PARTIE C</u> : PROBLEME MATHEMATIQUE (Exercices 13 à 18)

<u>Exercice 13</u> :

La société AMIPELL emprunte début Janvier 2014, une somme de 524 millions de FCFA, remboursable par trimestrialité constante pendant 10 ans au taux annuel de 10,2%

A- Le taux trimestriel est de 2,55% pendant 40 périodes

B- A ce taux, le montant d'une trimestrialité est $a = \frac{524 \times 10^6 \times 0{,}0255}{1 - 1{,}0255^{40}}$

C- La durée minimum à choisir pour que les trimestrialités ne dépassent pas 19 650 000 FCFA est $n = 46\ mois$

D- Cette durée n est solution de l'inéquation $-nln1{,}0255 \leq ln0{,}32$

Exercice 14 :

Pour meubler une salle de fêtes, on peut mettre des chaises individuelles ou des bancs de six places. On a besoin de 700 places individuelles et de 900 places sur bancs. Un loueur propose des lots de type A (5 chaises et 5 bancs) à 7 500 F. un autre loueur propose des lots de type B (10 chaises et 3 bancs) à 6 000 F.

On désigne par x le nombre de lots A et par y le nombre de lots B.

L'énoncé permet d'obtenir le système de contraintes suivant :

A- $\begin{cases} 5x + 5y \geq 7500 \\ 10x + 3y \geq 600 \\ x \geq 0\ et\ y \geq 0 \end{cases}$

B- $\begin{cases} 5x + 10y \geq 13500 \\ 30x + 18y \geq 13500 \\ x \geq 0\ et\ y \geq 0 \end{cases}$

C- $\begin{cases} x + 2y \geq 140 \\ 5x + 3y \geq 150 \\ x \geq 0\ et\ y \geq 0 \end{cases}$

D- $\begin{cases} 5x + 10y = 700 \\ 5x + 3y = 150 \\ x \geq 0\ et\ y \geq 0 \end{cases}$

Exercice 15 :

Dominique a mis 5 000 euros sur son livret A de la CAMPOST le 1er janvier 2012 au taux annuel de t%. Le 31 décembre de chaque année, les intérêts sont capitalisés. n années plus tard, l'avoir de Dominique serait le double du dépôt initial.

De ces informations, on peut conclure que :

A- Si $t = 4{,}5\%$, alors $n \geq 16$

B- n est solution de l'inéquation $n \leq \frac{ln2}{\ln(1+\frac{t}{100})}$

C- n est aussi solution de l'inéquation $nln(100 + t) \geq \ln(2 \times 10^n)$

D- Au taux annuel de 10% ; $n \geq 8$

Exercice 16 :

La société AMIPELL décide de commercialiser du plantain dont le succès auprès de la clientèle est évident. Une enquête réalisée auprès des 500 premiers clients, a donné les résultats suivants :

Quantités en kg	$]0; 10]$	$]10; 30]$	$]30; 50]$	$]50; 100]$	$]100; 200]$
Nombre de clients	40	54	75	180	151

De toutes ces informations, on peut conclure que :

A. La quantité médiane de plantain vendu est inférieure à 80kg860g.
B. La médiane de cette série est confondue à la moyenne
C. La médiane est égale à 72,5
D. En corrigeant les effectifs, on obtient une série de 20 sous classes d'égale amplitude

Exercice 17 :

Le chiffre d'affaire (CA) de la société AMIPELL, réalisé sur une période de 6 mois en 2013 (Juin à Novembre) vous est présenté dans le tableau ci-dessous.

A- L'augmentation du CA entre juin et novembre est de 150%
B- Le point moyen $G(\bar{x}; \bar{y})$ appartient à la droite (D) d'équation $y = 16600x + 27150$
C- Le chiffre d'affaire prévisionnel en mai 2014 est alors de 226 350 euros
D- Sachant que la série chronologique ci-dessous ajustée par la droite d'équation : $y = 16600x + 27150$, le CA moyen au terme de n mois est $8300n + 35450$

Exercice 18 :

En présence d'un antibiotique, la fonction de prolifération des bactéries est donnée par l'expression : $f(t) = \begin{cases} 0{,}86t^2 - 4t + 57{,}72 & ; \ t \in [6\,;18] \\ -0{,}86t^2 + 50t - 357 & ; \ t \in \ [18\ ;50] \end{cases}$

t est le temps mis en heures.

A- La fonction f admet un maximum atteint en t = 2h14 min
B- Malgré l'action de l'antibiotique le nombre de bactéries peut dépasser 360
C- Au terme des cinquante heures, toutes les bactéries sont éliminées

D- L’action de l’antibiotique n’a aucun effet sur les bactéries.