PREPAVOGT
B.P. : 765 Yaoundé
Tél. : 222 31 77 63 / 696 16 46 86
E-mail. : prepavogt@yahoo.fr
www.prepavogt.org

Yaoundé, le 19 juillet 2016

CYCLE INGENIEUR

CONCOURS D'ADMISSION
SERIE D, E, F, GCE/AL

EPREUVE DE MATHEMATIQUES
DUREE : 3 HEURES

EXERCICE 1 (4,75 POINTS)

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 - (1+2i)z + 1 + 7i = 0$. **0,50pt**

2) On considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 3$; $z_B = -2 + i$ et $z_C = 7 - 6i$.

2) a) Placer les points A, B et C dans le plan complexe (O ; $\vec{e}_1, \vec{e}_2$). **0,75pt**

2) b) Calculer la valeur algébrique $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$; en déduire une mesure de l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}})$ et trouver une relation entre les longueurs des segments $[AB]$ et $[AC]$. **1,00pt**

3) S est une application du plan dans le plan qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' telle que : $z' = (-1+i)z + 6 - 3i$.

3) a) Déterminer la nature et les caractéristiques de S. **1,00pt**

3) b) Déterminer l'image du point B par l'application S. **0,50pt**

3) c) (C) est le cercle de centre B et de rayon $\sqrt{2}$. Déterminer et construire l'image de ce cercle par l'application S et donner son équation cartésienne. **1,00pt**

EXERCICE 2 (5,25 POINTS)

1) Un sondage effectué dans un pays de l'union européenne (UE) auprès des populations au sujet de la sortie de leur pays de l'union montre que :

- 65% des personnes interrogées sont contre la sortie de leur pays de l'UE et parmi celles-ci, 70% sont des populations autochtones.
- Parmi les personnes favorables à la sortie de l'UE, 20% sont des populations autochtones.

On note C l'événement : « la personne interrogée est contre la sortie de leur pays de l'UE » et $\overline{C}$ l'événement contraire. On note A l'événement : « La personne interrogée est autochtone » et $\overline{A}$ l'événement contraire.

1) a) Calculer les probabilités $p(C), p_C(A)$ et $p_{\overline{C}}(A)$. **0,75pt**

1) b) Calculer la probabilité qu'une personne interrogée soit contre la sortie de leur pays de l'UE et soit autochtone. **0,50pt**

1) c) Calculer la probabilité qu'une personne interrogée soit pour la sortie à l'UE et soit autochtone. **0,50pt**

1) d) En déduire la probabilité pour qu'une personne interrogée soit autochtone. **0,50pt**

2) Un hôtel d'une ville africaine établit un lien entre le taux d'occupation des chambres exprimé en pourcentage (%) et le montant des frais de publicité (exprimé en centaines de milliers de francs).
Les résultats de cette analyse sont consignés dans le tableau ci-dessous

Frais de publicité (xi)	30	27	32	25	35	22	24	35
Taux d'occupation yi)	52	45	67	55	76	48	32	72

2) a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire de cette distribution et donner une interprétation de ce résultat. **1,50pt**

2) b) Déterminer une équation cartésienne de la droite de régression de y en x. **1,00pt**

2) c) Quelle estimation peut-on faire du taux d'occupation de cet hôtel si les frais de publicité étaient de 4.000.000 F CFA ? **0,50pt**

PROBLEME (10 POINTS)

Partie A

L'objectif de cette partie est de résoudre l'équation différentielle (1) : $y' - 2y = xe^x$.

1) Déterminer les réels a et b pour que la fonction $f(x) = (ax + b)e^x$ soit solution de l'équation différentielle (1). **1,00pt**

2) Donner l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (2) : $y' - 2y = 0$. **0,50pt**

3) a) Montrer qu'une fonction h est solution de (1) si et seulement si la fonction $h - f$ est solution de (2). **0,50pt**

3) b) En déduire l'ensemble des solutions de (1). **0,50pt**

4) Déterminer la solution de l'équation (1) qui s'annule en 0. **0,50pt**

Partie B

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2e^x - x - 2$.

1) Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$. **0,50pt**

2) Calculer la dérivée g' de g et dresser son tableau de variation. **1,00pt**

3) a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet exactement deux solution réelles dont l'une est 0 et l'autre, notée $\propto$, est telle que $-1,6 < \propto < -1,5$. **0,50pt**

3) b) En déduire le signe de g sur $\mathbb{R}$. **0,50pt**

Partie C

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{2x} - (x+1)e^{x}$. On note C_f la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, unité 2 cm sur les axes.

1) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. **1,00pt**

2) Calculer la dérivée f' de f et en utilisant la Partie B, dresser le tableau de variation de la fonction f. **1,00pt**

3) Montrer que $f(\propto) = -\frac{\propto^2 + 2\propto}{4}$ et en déduire un encadrement de $f(\propto)$ en utilisant l'encadrement de $\propto$ obtenu à la troisième question de la Partie B. **1,00pt**

4) Représenter graphiquement la courbe de f. **0,50pt**

5) Calculer en cm² l'aire du domaine plan limité par C_f, l'axe des abscisses et les droite x=0 et x=1. **1,00pt**

Fin de l'épreuve