

# CYCLE INGENIEUR

## CONCOURS D'ADMISSION SÉRIE C

## ÉPREUVE DE PHYSIQUE DURÉE : 3 HEURES

### EXERCICE 1 : OSCILLATIONS ELECTRIQUES (4 POINTS)

On étudie le comportement d'un condensateur de capacité  $C$  dans un circuit série. Pour cela, on réalise le montage schématisé ci-dessous (figure 1) où :

- $G_0$  est un générateur de tension idéal ;
- $K$  est un interrupteur qui permet de charger le condensateur ( $K$  en position 1) ou de le décharger ( $K$  en position 2) à travers le conducteur ohmique de résistance  $R = 10 \text{ k}\Omega$ .

Un dispositif (non représenté) relève à intervalles de temps réguliers, la tension  $u_{AB} = u$  aux bornes du condensateur.

A la date  $t = 0$ , le condensateur étant entièrement déchargé, on place l'interrupteur  $K$  en position 1, l'ampèremètre indique alors une valeur constante  $I_0 = 10 \text{ }\mu\text{A}$ .

1. On a représenté ci-après (graphe 1) la courbe donnant la tension  $u$  en fonction du temps  $t$ .

- 1.1. Etablir la relation théorique qui lie  $u$ ,  $C$ ,  $I_0$  et  $t$ . **0,50pt**
- 1.2. A l'aide du graphe 1, déterminer la capacité  $C$  du condensateur. **0,50pt**

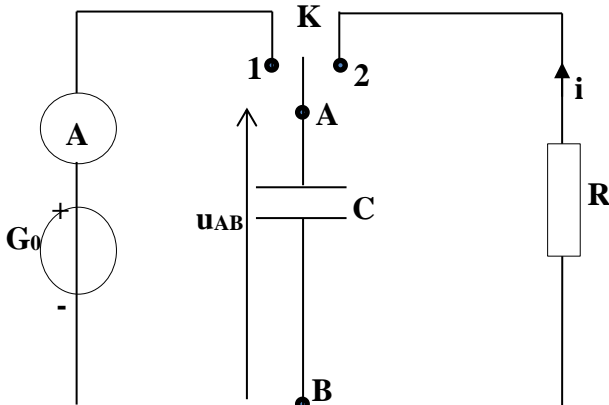
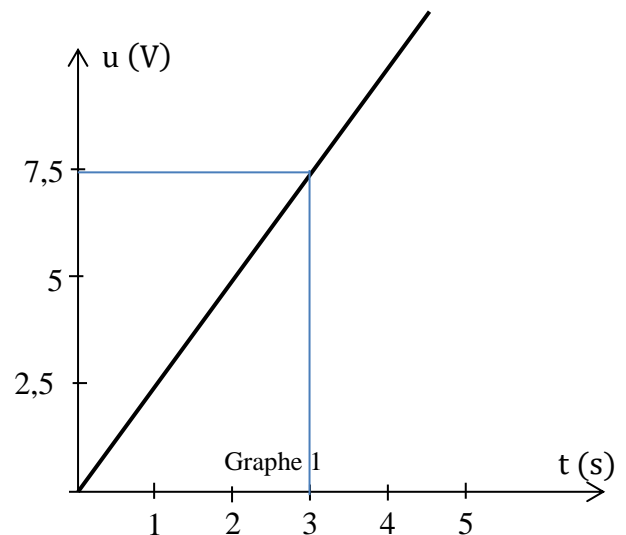


Figure 1



2. Lorsque la tension  $U_0$  aux bornes du condensateur égale 6 V, on bascule K en 2 à l'instant  $t = 0$ .
- 2.1. Etablir l'équation différentielle relative à la tension  $u$  aux bornes du condensateur à une date  $t$ . **0,50pt**
- 2.2. Cette équation différentielle admet une solution de la forme  $u(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ , relation où  $A$  et  $\tau$  sont des constantes. Déterminer les valeurs de  $A$  et  $\tau$ . **1,00pt**
3. On remplace le conducteur ohmique par une bobine d'inductance  $L = 90$  mH et de résistance négligeable. Le condensateur est à nouveau rechargé, puis il se décharge à travers la bobine.
- 3.1. Etablir l'équation différentielle relative à la tension  $u$  aux bornes du condensateur à une date  $t$ . **0,50pt**
- 3.2. Déterminer la période propre des oscillations. **0,50pt**
- 3.3. En prenant pour origine des dates, un instant où  $u_0 = 6$  V et  $i_0 = 0$ , écrire l'expression de l'intensité du courant en fonction du temps. **0,50pt**

### **EXERCICE 2 : RADIOACTIVITE (4 POINTS)**

Le potassium  ${}^{40}_{19}\text{K}$  est radioactif, il se désintègre pour donner l'argon  ${}^{40}_{18}\text{Ar}$ .

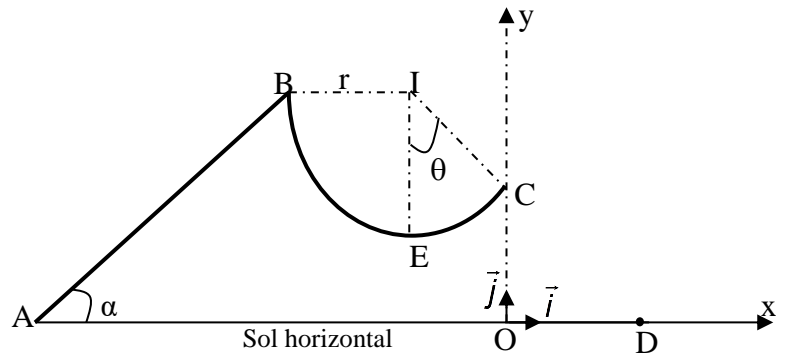
1. Ecrire l'équation de désintégration du potassium 40 et préciser le nom de la particule émise. **1,00pt**
2. Calculer, en MeV, l'énergie de liaison par nucléon d'un noyau de potassium 40. **1,00pt**
3. Pour déterminer l'âge des cailloux lunaires rapportés par les astronautes d'Apollo XI, on a mesuré les quantités relatives de potassium  ${}^{40}_{19}\text{K}$  et de son produit de désintégration  ${}^{40}_{18}\text{Ar}$  qui est en général retenu par la roche.
- 3.1. La période de désintégration du nucléide  ${}^{40}_{19}\text{K}$  est de  $T = 1,5 \times 10^9$  ans. Définir ce qu'est une période radioactive. **0,50pt**
- 3.2. Un échantillon de 1 g de roche contient  $8,2 \times 10^{-3} \text{ cm}^3$  d'argon  ${}^{40}_{18}\text{Ar}$  et  $1,66 \times 10^{-6}$  g de potassium  ${}^{40}_{19}\text{K}$ . Quel est l'âge de ces cailloux ? **1,50pt**

**On donne :**

- Volume molaire des gaz :  $V_0 = 22,4 \text{ L.mol}^{-1}$
- Constante d'Avogadro :  $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .
- unité de masse atomique :  $1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV.c}^{-2} = 1,6605 \times 10^{-27} \text{ kg}$
- masse du proton :  $m_p = 1,0073 \text{ u}$
- masse du neutron :  $m_n = 1,0087 \text{ u}$
- masse du noyau  ${}^{40}_{19}\text{K}$  :  $m({}^{40}_{19}\text{K}) = 39,9894 \text{ u}$

**EXERCICE 3 : MOUVEMENT D'UN PROJECTILE (4 POINTS)**

Un solide S assimilable à un point matériel de masse  $m = 50 \text{ g}$  est en mouvement sur une piste constituée d'une partie rectiligne AB inclinée d'un angle  $\alpha = 60^\circ$  par rapport à l'horizontale et d'une partie circulaire BC de centre I et de rayon  $r = 0,5 \text{ m}$ .



La piste est située dans un plan vertical. On prendra :  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ .

1. Le point matériel S est lancé du point A avec une vitesse initiale de valeur  $v_A = 6 \text{ m/s}$ . Il arrive au point B avec une vitesse nulle. Calculer la distance AB sachant que le point matériel est soumis à une force de frottement  $\vec{f}$  opposée au vecteur vitesse à chaque instant, d'intensité constante  $f = 1,5 \times 10^{-2} \text{ N}$ . 0,75pt
2. On néglige les frottements sur la partie circulaire BC. Calculer la valeur  $v_C$  de la vitesse de S au point C, tel que  $(\vec{IE}, \vec{IC}) = \theta = \frac{\pi}{4}$ . 0,75pt  
 Quel angle fait alors  $\vec{v}_C$  avec l'horizontale ? 0,25pt
3. Le point matériel S quitte la piste en C avec cette vitesse. Etablir l'équation cartésienne de sa trajectoire dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ , en faisant apparaître les grandeurs  $v_C$ ,  $\theta$ ,  $\alpha$ ,  $g$ ,  $r$  et AB. 1,50pt
4. Déterminer les coordonnées du point D où le solide S touche le sol pour  $v_C = 2,66 \text{ m/s}$ . 0,75pt

**EXERCICE 4 : MOUVEMENT DANS LES CHAMPS DE FORCES (8 POINTS)**

**Partie A - Détermination de la masse d'Uranus**

Le tableau qui suit précise le rayon de la trajectoire de l'orbite décrite par chaque satellite autour d'Uranus et la période de révolution (durée d'un tour autour d'Uranus). Rappelons qu'Uranus est la 7<sup>ème</sup> planète du système solaire.

Satellite	Rayon de l'orbite $r$ ( $10^6\text{m}$ )	Période de révolution $T$ (jour)
Miranda	129,8	1,40
Ariel	191,2	2,52
Umbriel	266,0	4,14
Titania	435,8	8,71
Oberon	582,6	13,50

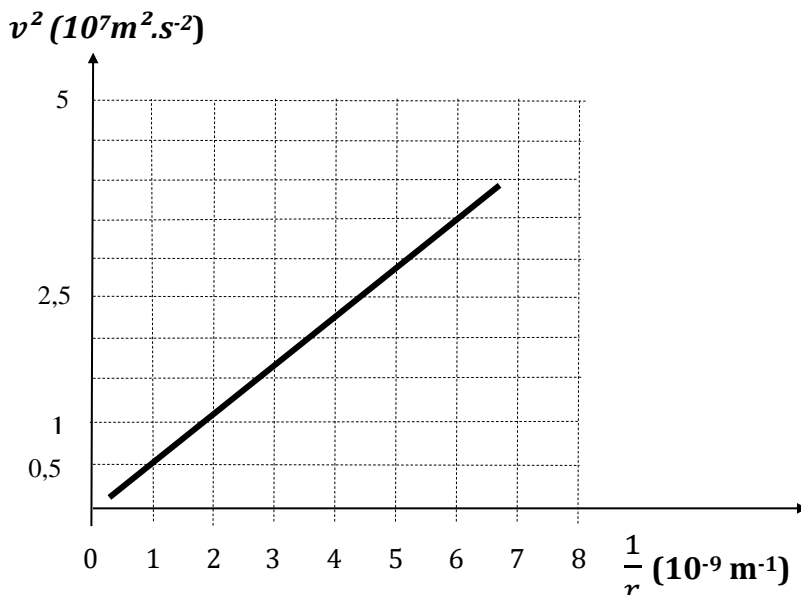
Dans tout le problème, on suppose que la répartition de masse est à symétrie sphérique. Les mouvements des différents satellites d'Uranus sont étudiés dans le référentiel « Uranocentrique » supposé galiléen. On donne  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ uSI}$ . On prendra  $1 \text{ jour} = 86400 \text{ s}$ .

1. On se propose de déterminer la vitesse d'un satellite d'Uranus. On admet que le centre d'inertie du satellite effectue un mouvement circulaire dans le référentiel « Uranocentrique ».
  - 1.1. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme. **0,50pt**
  - 1.2. Établir l'expression de la vitesse  $V$  du centre d'inertie du satellite en fonction du rayon  $r$  de sa trajectoire et de sa période  $T$  de révolution. **0,50pt**
  - 1.3. Faire l'application numérique pour le satellite Umbriel. **0,25pt**
  
2. Dans la suite, on cherche à déterminer la masse  $M$  d'Uranus par deux méthodes.
  - 2.1. Utilisation de la 3<sup>ème</sup> loi de Kepler :
    - 2.1.1. Établir la troisième loi de Kepler  $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4.\pi^2}{G.M}$ . **0,50pt**
    - 2.1.2. En utilisant les informations données sur les satellites, montrer, aux erreurs d'expériences près, que le rapport  $\frac{T^2}{r^3}$  est une constante dont on donnera la valeur numérique. **0,75pt**
    - 2.1.3. En déduire la masse d'Uranus. **0,50pt**

2.2. Méthode graphique :

La courbe de la fonction  $v^2 = f\left(\frac{1}{r}\right)$  où  $v$  est la vitesse du satellite dans le référentiel

« Uranocentrique » et  $r$  le rayon de l'orbite autour d'Uranus est représentée sur la figure suivante :

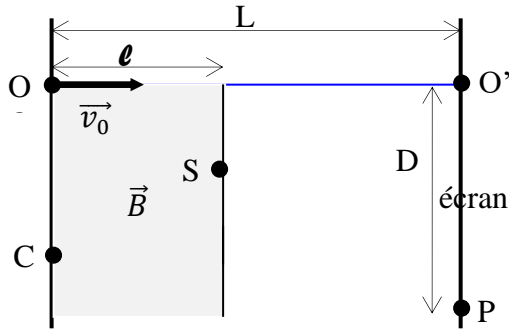


- 2.2.1. En vous aidant de la courbe, déterminer la masse d'Uranus. (On expliquera le mode d'exploitation). **0,75pt**
- 2.2.2. Comparer le résultat obtenu avec celui de la question 2.1.3. **0,25pt**

## Partie B - Principe du spectromètre de masse

### 1. Déflexion magnétique

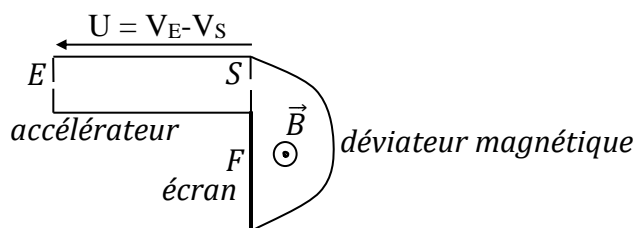
Un faisceau homocinétique de protons pénètre à la vitesse  $\vec{v}_0$  en point O d'une région où règne un champ magnétique uniforme de vecteur  $\vec{B}$  perpendiculaire à  $\vec{v}_0$ . Dans cette région, de largeur  $\ell$ , leur trajectoire est circulaire, de centre C et de rayon  $r$ . Les protons sortent de cette région en point S.



- 1.1. Préciser l'orientation du vecteur  $\vec{B}$ . 0,25pt
- 1.2. On considère l'angle  $\alpha = (\widehat{CS, CO})$ . Montrer que  $\sin \alpha = \frac{1}{r}$ . 0,25pt
- 1.3. Établir l'expression du rayon de courbure R en appliquant le théorème du centre d'inertie. 0,50pt
- 1.4. Quelle est la nature du mouvement des protons après leur sortie du champ magnétique (après le point S)? 0,25pt
- 1.5. Les protons heurtent, en un point P, un écran situé à la distance  $L = OO'$  du point O. En supposant L nettement supérieure à  $\ell$ , donner une expression approchée de  $\tan \alpha$  en fonction de la déviation  $D = O'P$  et de L. 0,50pt
- 1.6. On suppose que l'angle  $\alpha$  est petit,  $\alpha$  étant exprimé en radians. Exprimer alors la déviation D en fonction du rapport  $\frac{e}{m}$ , L,  $\ell$  et de la vitesse  $v_0$ . 0,75pt

### 2. Application

On se propose de séparer des noyaux d'hélium  ${}^3\text{He}^{2+}$ , de masse  $m_1 = 5,01 \times 10^{-27}$  kg et des noyaux d'hélium  ${}^4\text{He}^{2+}$ , de masse  $m_2 = 6,65 \times 10^{-27}$  kg.



Ces noyaux pénètrent en E avec une vitesse considérée comme nulle. Ils y sont accélérés par une tension  $U=V_E-V_S$  établie entre les plaques d'entrée et de sortie.

En S, ils quittent l'accélérateur avec la vitesse acquise, perpendiculaire à la plaque de sortie, et entrent dans le déviateur magnétique. Dans ce dernier, ils sont soumis à un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  perpendiculaire au plan du schéma ci-dessus. Ils sont enfin reçus sur un écran fluorescent F.

**2.1.** Dans le déviateur magnétique, les trajectoires des noyaux sont des demi-circonférences.

**2.1.1.** Donner l'expression littérale de leurs rayons  $R_1$  et  $R_2$  en fonction de  $m_1$  ou  $m_2$ ,  $e$ ,  $U$  et  $B$ . **0,50pt**

**2.1.2.** Calculer numériquement  $R_1$  et  $R_2$ . **0,50pt**

**Données :**  $B = 0,5 \text{ T}$  ;  $U = 10 \text{ kV}$ ,  $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ .

**2.2.**  $A_1$  désigne le point d'impact des noyaux  ${}^3_2\text{He}^{2+}$  sur l'écran et  $A_2$  celui des noyaux  ${}^4_2\text{He}^{2+}$ . Calculer la distance  $A_1A_2$ . **0,50pt**

Fin de l'épreuve